

НАУЧЕН ОТЧЕТ

ЗА ПЪРВИЯ ЕТАП НА ДОГОВОР КП-06-Н28/6 от 08.12.2018 г.

Тема: „Алгебрични Методи в Квантовата Статистика и Приложения в Квантови Системи“

През отчетния период са публикувани или предстоят да бъдат публикувани общо 15 научни труда, 1 полулярна статия и 1 предговор на книжка 4 от брой 46 на Bulg. J. Phys. със статиите от международния семинар SDANCA-19, на участниците в Договор КП-06-Н28/6 с Националния Фонд "Научни изследвания" съгласно работната програма.

Научните трудове се разпределят както следва:

- 6 публикации в международни издания с импакт фактор;
- 3 публикации в международни издания с импакт ранг;
- 5 в други издания
- 1 електронен препринт на интернет-сайт <https://arXiv.org>, предстоящ за публикуване.

Отчетът е построен последователно по секции, всяка съответстваща на един от 2-та работни пакета.

Работен пакет 1 „Аспекти на проекта, свързани със симетрии: (супер)алгебри на Ли, $Z_2 \times Z_2$ -градуирани алгебри, квантови групи. Теория на представянията.“

I.1.Планирани дейности от работната програма за първия етап (от проектното предложение).

- Изследователски дейности:

Дейност 1.1: „Построяване в явен вид на клас от унитарни неприводими представяния на супералгебрата на Ли $V(\infty|\infty)$ ”

Дейност 1.3: „Изследване на алгебричната структура и групите трансформации на мета-конформната алгебра $mconf(1, d)$, за $d > 2$. Конструкция на тензора на енергията и импулса за мета-конформните симетрии за $d = 1$ and $d = 2$ ”;

- Подготовка и писане на научни статии за публикуване (основно в международни списания);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари.

I.2. Осъществени дейности през отчитания етап.

- Осъществени са всички научни изследвания планирани в проектното предложение (описани са в т. I.4.1 по-долу).
- Подготвени, изпратени и публикувани са статии с резултати от осъществените изследвания (списък – в т. I.4.2 по-долу).
- Участие в конференции/семинари:

XIII International Workshop Lie Theory and Its Applications in Physics, (Varna, Bulgaria, 17-23 June 2019) - J. Van der Jeugt, Н. Стоилова, С. Стоименов, R. Oste
<http://theo2.inrne.bas.bg/~dobrev/LT-13.htm>

Изнесени доклади: **J. Van der Jeugt** - Class of representations of the infinite-rank Lie superalgebra $B(\infty|\infty)$ (пленарен); **С. Стоименов** - Applications of meta-conformal invariance to directed spin systems; **R. Oste** - Some realizations of Lie superalgebras and centralizer projections

XI International Symposium Quantum Theory and Symmetries, (Montréal, Canada, 1-5 July, 2019) – **Н. Стоилова**
http://www.crm.umontreal.ca/2019/QTS2019/index_e.php

Доклад: Explicit representations of the Lie superalgebra $\mathfrak{B}(\infty|\infty)$
<http://www.crm.umontreal.ca/2019/QTS2019/pdf/stoilova.pdf>

Семинар: **R. Oste**, A Howe duality deformation using reflection groups, 6 февруари 2020 г., 13:15 ч., зала 300 на ИЯИЯЕ,
<https://www.inrne.bas.bg/index.php/seminars/775-news-seminar-06-02-2020>

I.3. Очаквани резултати (от проектното предложение).

Публикации в международни списания с импакт фактор и в материали на конференции.

I.4. Постигнати резултати през отчитания етап.

I.4.1 Описание на постигнатите научни резултати

Дейност 1.1: Една от алгебричните структури, която се генерира от операторите на раждане и унищожение на m парафермиона и n парабозона, е супералгебрата на Ли $B(m|n) \equiv osp(2m + 1|2n)$. Като резултат пространствата на състоянията на система от парачастици (Фоковите пространства) са безкрайномерни унитарни неприводими представяния на $B(m|n)$. Случаят на безброй много парабозони и парафермиони води до безкрайномерната алгебра $B(\infty|\infty)$. Преходът обаче от краен ранг алгебри към безкраен ранг води до множество усложнения. За построяване на физически важния клас от представяния на $B(\infty|\infty)$ като първа стъпка в [1] беше въведена нова матрична форма на ортосимплектичната супералгебра на Ли $B(n|n)$ (добре известната се оказва, че не е подходяща за обобщение в безкрайномерния случай). В тази нова реализация на $B(n|n)$ идентифицирахме операторите, съответстващи на парачастиците, които показахме, че генерират базис за

$B(n|n)$. В клас $B(n|n)$ модули, въведохме нов базис на Гелфанд-Цетлин и пресметнахме трансформацията му под действие на парастатистическите оператори. Матричните елементи на параоператорите са произведение от $gl(n|n)$ коефициенти на Клебш-Гордан, които бяха пресметнати, и редуцирани матрични елементи. Сигнатурите в таблиците, с които се задават базисните вектори на Гелфанд-Цетлин имат интересни комбинаторни свойства, именно свойства на стабилност, които се запазват под действие на генераторите на алгебрата. Тези свойства на стабилност позволяват да се дефинират таблиците на Гелфанд-Цетлин за случая, когато n стане безкрайност. Супералгебрата на Ли от безкраен ранг $V(\infty|\infty)$ в матричен вид се състои от определени безкрайни квадратни матрици с крайно число ненулеви елементи. Базисът в съответните $V(\infty|\infty)$ модули се дава с безкрайни, но стабилни по редовете таблици на Гелфанд-Цетлин. Доказателството на неприводимостта на построените представяния следва идеята, че стабилността по отношение на редовете в таблиците на Гелфанд-Цетлин позволява да се продължат действията на генераторите на алгебра от краен ранг до случая когато n става безкрайност.

Втора алгебрична структура, която се генерира от операторите на раждане и унищожение на m парафермиона и n парабозона, е $Z_2 \times Z_2$ аналогът на супералгебрата на Ли $B(m|n) \equiv osp(2m + 1|2n)$. Поради тази причина е нужно да се дефинира и изследва нейна подалгебра, а именно $Z_2 \times Z_2$ -градуираната обща линейна супералгебра на Ли. Това е направено в работа [2], като последната е дефинирана в алгебричното продължение на универсалната обвиваща алгебра на общата линейна супералгебра на Ли, както и са намерени матричните елементи на аналога на важните за приложения ковариантни тензорни представяния в $Z_2 \times Z_2$ -градуирания случай.

В работа [3] се изучава алгебрата на симетрии за оператора на Дирак-Дункел, съответстваща на изключителната корнева система G_2 . За крайна група на отражения, действаща върху крайномерно векторно пространство съществува алгебра на Чередник, която може да се разглежда като деформация на алгебрата на полиномеални диференциални оператори върху векторното пространство. Явна реализация се дава чрез оператори, които се наричат оператори на Дункел. Обобщението на оператора на Дирак се дефинира абстрактно в тензорното произведение на алгебрата на Чередник и на Клифорд или директно чрез използване на частни производни в дефиницията на оператора на Дирак. Операторът на Дирак-Дункел заедно с неговия дуален партньор генерират супералгебрата на Ли $osp(1|2)$. Дадени са и резултати за произволна корнева система в 3-мерно пространство и е показано, че това води до съществуване на стълбични оператори за алгебрата на симетрии съответстваща на G_2 .

Дейност 1.3: В работа [4] са конструирани представянията, груповите трансформации, ковариантните двуточкови функции и е изследвана алгебричната структура на мета-конформната алгебра $meta(1, d)$ за $d = 1, 2, 3$. И докато за $d = 1, 2$ представянията на мета-конформната алгебра са *безкрайномерни*, то за $d = 3 (d > 2)$ съществуват само

крайномерни представяния. Различна е и алгебричната структура на мета-конформната алгебра $meta(1, d)$:

- а) пряка сума е на две алгебри на Вирасоро за $d = 1$. В този случай мета-конформната алгебра е изоморфна на стандартната конформна алгебра $conf(d + 1) = conf(2)$;
- б) пряка сума е на три алгебри на Вирасоро за $d = 2$. Тук съответната конформна алгебра $conf(d + 1) = conf(3)$ дори не е безкрайномерна.
- в) пряка сума е на $sl(2, \mathcal{R})$ и стандартната (орто)конформна алгебра $conf(d)$ за $d > 2$, като има логичен преход между двата типа структури и представяния. Например за $d = 2$ стандартната конформна алгебра има максимална крайномерна подалгебра - пряка сума на две $sl(2, \mathcal{R})$ алгебри и съответно максималната крайномерна подалгебра на мета-конформната алгебра е пряка сума на три $sl(2, \mathcal{R})$ алгебри, които в безкрайномерния случай преминават в алгебри на Вирасоро.

Втората част на задачата, а именно конструиране на тензора на енергията и импулса на мета-конформните трансформации за $d = 1, 2$ предполага създаване на мета-конформна теория на полето, в основата на която са определянето на тези трансформации на полетата, които запазват ковариантната многоточкова функция. За разлика от стандартната конформна теория на полето (за която ковариантната многоточковата функция е добре дефинирана в целия диапазон пространство-време и има коректни физични граници, като регулярност в нулата и да клони към нула при безкрайна отдалеченост на точките в пространството и времето) дори двуточкова мета-конформно ковариантна функция, изведена чрез тъждествата на Уорд (определени от експлицитния вид на генераторите) се оказва със сингулярности в определени точки и с възможност за експлозия в други (виж работа [4]). За това, на първо време е необходима, чисто алгебрична процедура за отсяване на физичната форма на мета-конформната ковариантна функция т.е. регулярна и ограничена в целия пространство-времеви диапазон. Такава процедура е предложена в работа [5] и представлява пресмятане на ковариантната функция първо в дуалното пространство (получено чрез Фурие трансформация на генераторите и полетата). Ако тя има определени свойства (да е функция от пространството на Харди, виж допълнението на статия [5]), то последваща трансформация в директното пространство гарантира нейната ограниченост и регулярност. Подобна процедура е прилагана за алгебри, които не са полупрости, като алгебрата на Шрьюдингер и конформната алгебра на Галилей, като тук за първи път се прилага за полупрости алгебри, каквато е мета-конформната. Разликата е, че докато в предишните случаи принадлежността на дуалната ковариантна функция към пространството на Харди лесно се доказва, в мета-конформния случай тя е твърде обща и такива свойства трябва да се постулират. В резултат на тази процедура се случва и нещо друго от концептуално значение. Получената ковариантна функция, регулярна и ограничена се оказва *неаналитична функция на променливите си*.

I.4.2 Списък на публикации по РП 1 с отбелязана подкрепа от договор КП-06-H28/6

[1] N.I. Stoilova and **J. Van der Jeugt**, A class of representations of the orthosymplectic Lie superalgebras $B(n,n)$ and $B(\infty,\infty)$, Proceedings of the XIII International Workshop Lie Theory and Its Applications in Physics, (Varna, Bulgaria, June 2019), "Springer Proceedings in Mathematics and Statistics", SJR 0.22, ed. V. Dobrev (Springer, Heidelberg-Tokyo, 2020)" (in press) (JVderJ – подкрепа от настоящия договор (60%) и белгийски проект (40%))

[2] Phillip S. Issac, **N.I. Stoilova** and Joris Van der Jeugt, The $Z_2 \times Z_2$ -graded general linear Lie superalgebra, J. Math. Phys. 61 011702 (2020) IF:1.355, Q2 (Scopus), <https://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.5138597>

[3] Alexis Langlois-R'emillard and **Roy Oste**, An exceptional symmetry algebra for the 3D Dirac–Dunkl operator, Proceedings of the XIII International Workshop Lie Theory and Its Applications in Physics, (Varna, Bulgaria, June 2019), "Springer Proceedings in Mathematics and Statistics", SJR 0.22, ed. V. Dobrev (Springer, Heidelberg-Tokyo, 2020)" (in press) (подкрепа от настоящия договор (60%) и белгийска стипендия (40%))

[4] M. Henkel and **S. Stoimenov**, Infinite-dimensional meta-conformal Lie algebras in one and two spatial dimensions, J. Sat. Mech.: Theory and Experiment, 8, 084009 (2019), IF 2.371, Q1 (Web of Science, Math. Phys.) <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-5468/ab3282> (подкрепа от настоящия договор (50%) и проект по Рила (50%))

[5] Malte Henkel, Michal Dariusz Kuczynski and **Stoimen Stoimenov**, "Boundedness of meta-conformal two-point functions in one and two spatial dimensions", arXiv:2006.04537, (2020), <https://arxiv.org/abs/2006.04537>

I.5. Обяснение, ако част от дейностите не са осъществени, част от резултатите не са постигнати, или са постигнати допълнителни резултати повече от очакваните.

Всички предвидени дейности свързани с РП 1 са изпълнени. Резултатите описани в горната т. I.4.1 покриват заявените в проектното предложение очаквани резултати. Част от резултатите описани в точки I.4.1, работа [3] дават допълнителен принос към работния пакет и отварят възможност за съответни разширения на изследователската тематика. Нещо повече с работа [2] е представен начален резултат по РП 1, дейност 1.2, предвидена за Етап 2.

I.6. Дейности по РП, които се предвиждат за следващ етап от проектното предложение; ако са необходими промени в тях, те трябва да бъдат обосновани.

- Изследователска дейност: 1.2 Развитие на теорията на $Z_2 \times Z_2$ -градуираните аналози на базисните класически супералгебри на Ли - подалгебрична структура, разлагането им по корневи пространства, представяния; 1.4 Развитие на различни алгебрични методи и техники за приложение на теорията на локалната мащабна инвариантност

към неравновесни статистически модели с динамична експонента $z \neq 1,2$ – построяване на нови представяния на спин-1 конформната алгебра на Галилей, известна също като обобщена алгебра на Шрьодингер;

- Подготовка и публикация на научни статии (основно в международни списания и материали на международни конференции);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари;
- Организиране на посещения на учени от чужбина – експерти по темите на проекта;
- Работни посещения в чуждестранни научни организации. Обосновка: тази дейност е от особена важност за популяризиране на идеите и резултатите от работата по проекта в колективи от водещи международни научни центрове, както и за установяване на нови научни контакти и международни сътрудничества.

Работен пакет 2 „Обобщени квантови статистики. Квантови системи.“

II.1. Планирани дейности от работната програма за първия етап (от проектното предложение).

- Изследователски дейности:

Дейност 2.1: „Построяване пространствата на Фок на смесени системи от безкраен брой парабозони и безкраен брой парафермиони с относителни парабозонни комутиационни съотношения.“

Дейност 2.3: „Приложение на заместващата $SU(3)$ алгебрична схема към ядрени деформации и спектрални свойства – систематично описание и предсказване на деформации и ядрени свойства в тежки, свръхтежки и богати на неутрони ядра; описание и предсказване на явления, свързани с едновременно съществуващи форми.“;

- Подготовка и писане на научни статии за публикуване (основно в международни списания);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари;
- Организиране на посещения на видни учени от чужбина – водещи експерти по темите на проекта;

- Организиране и провеждане на международно работно съвещание "Форми и динамика на атомните ядра: съвременни аспекти" – октомври 2019 г. с председател на Организацията Н. Минков.

II.2. Осъществени дейности през отчитания етап.

- Осъществени са всички научни изследвания планирани в проектното предложение (описани са в т. II.4.1. по-долу).
- Подготвени, изпратени и публикувани са статии с резултати от осъществените изследвания (списък – в т. II.4.2 по-долу).
- Участие в семинари/конференции:

5-ти семинар на гръцкия институт по ядрена физика HINPW5, проведен на 12-13 април 2019 г., в гр. Солун, Гърция. Изнесен поканен доклад: **Н. Минков** "Theoretical predictions for the decay rates and magnetic moment in ^{229m}Th ", <http://hinpw5.physics.auth.gr/>

38-ми международен семинар по теория на атомното ядро, 23-29 юни 2019 г., Боровец, Рила. Изнесен доклад: **Н. Минков** "Study of pear-shape effects in the spectra of even-even nuclei", <http://ntl.inrne.bas.bg/workshop/2019/programme.html>

26-ти семинар по ядрена физика „Key problems in nuclear physics”, 24-29-ти септември 2019 г., гр. Казимирш Долни, Полша. Изнесен поканен доклад: **Н. Минков** "Evaluation of pear-shape effects in even-even nuclei", <http://slcj.uw.edu.pl/en/blog/2019/12/05/xxvi-nuclear-physics-workshop-2019/>

Международния научен семинар: „Форми и динамика на атомните ядра: съвременни аспекти“ (“Shapes and Dynamics of Atomic Nuclei: Contemporary Aspects” (SDANCA-19)), 3-5-ти октомври 2019 г., София. Изнесен доклад: **Н. Минков** "Nuclear structure effects involving pear-shape deformation", http://ntl.inrne.bas.bg/events/sdanca19/abstracts/SDANCA19_abstract_Minkov.pdf

Изнесен е поканен доклад: **Н. Минков** "Decay rates and magnetic moment in the ^{229m}Th "clock" isomer", Боголюбовска лаборатория по теоретична физика (БЛТФ), 10 юни 2019 г., БЛТФ-Дубна, Русия, <http://theor.jinr.ru/perl/cgi/seminar.pl?2019> .

Семинар, **J. Van der Jeugt**, Partition functions for paraboson and parafermion systems, Centre de recherches mathématiques, Montréal, June 2, 2020, <http://www.crm.math.ca/cal/en/jour20200602.html>

Научно посещение на **Н. Минков** в Макс Планк института (МПИ) по ядрена физика в Хейделберг (Германия), 1-31-ви юли 2019 г. Осъществена е съвместна работа с колеги от МПИ върху актуалната тема за свойствата на изомерното състояние на ядрото ^{229}Th .

Научно посещение на **Н. Стоилова** в Университета в Гент, Белгия, 12-27 август, 2019 г. Осъществена е съвместна работа върху построяването на клас от представяния на супералгебрата на Ли $V(\infty|\infty)$.

- Организиран и проведен е международният научен семинар: „Форми и динамика на атомните ядра: съвременни аспекти“ (“Shapes and Dynamics of Atomic Nuclei: Contemporary Aspects” (SDANCA-19)), от 3-ти до 5-ти октомври 2019 г. в Дома на учения (хотела) на БАН в София, с председател на Организационния комитет **Н. Минков**, <http://ntl.inrne.bas.bg/events/sdanca19/>

II.3. Очаквани резултати (от проектното предложение).

Публикации в международни списания с импакт фактор и в материали на конференции.

II.4. Постигнати резултати през отчитания етап.

II.4.1 Описание на постигнатите научни резултати

Дейност 2.1: Построяването в явен вид на пространствата на Фок за краен брой парабозони и парафермиони, както и за смесени системи от краен брой парачастици беше направено едва 60 години след въвеждане на парастатистиката. Реалният интерес е към такива квантови системи с безброй степени на свобода, именно състоящи се от безброй много парабозона и безброй много парафермиона. Постояването на тяхното Фоково пространство за ред на статистиката p , където p е параметър, приемащ цели стойности, е направено в работа [6]. Въведен е подходящ базис и трансформацията му под действие на операторите на раждане и унищожение на парабозоните и парафермионите. Резултатите са важни от гледна точка на факта, че парабозоните и парафермионите за ред на статистиката $p = 2$ и $p = 3$ се разглеждат като кандидати за частици на тъмната енергия и материя. Освен това бяха предложени квантови симулации на парабозони и парафермиони с цел потенциално използване на парачастиците в квантови информационни системи.

За да се изяснят тези възможни приложения на такива обобщени квантови системи е нужно те да се изследват от гледна точка на статистическата термодинамика. За тази цел е необходимо да се намери подходяща форма на голямата статистическа сума за системи от парабозони и парафермиони. Това е направено в работа [7] за всеки ред на статистиката p . Използвайки така намерените големи статистически суми сме изследвали някои термодинамични свойства на парабозонната и на парафермионната статистика, като средния брой частици на орбитала и общия брой частици в системата. Два специални случая (идентични енергетични нива и енергетични нива на еднакви разстояния едно от друго) са разгледани в детайли, като за тях основните термодинамични свойства са илюстрирани чрез графиките на някои функции на разпределение. Намерена е важна връзка между големите статистически суми за парабозони и парафермиони при идентични енергетични нива. Специално внимание е отделено на важните за приложения случаи $p = 2$ и $p = 3$.

Дейност 2.3: В работа [8] формализмът и резултатите от приложението на теоретичния подход със „заместваща“ (проху) $SU(3)$ симетрия са съпоставени и сравнени с тези от известния

преди това т.нар. модел с псевдо $SU(3)$ симетрия. Докато в първия симетрията се реализира посредством изобразяване на ядрени едночастични орбитали смъкнати в по-нисък слой (defectors) върху смъкнати от по-горен слой орбитали с противоположна четност (intruders), то във втория подход $SU(3)$ симетрията се реализира посредством изобразяване на орбиталните моменти на нивата от слоя в тези от по-ниския слой. Показано е, че в резултат на различните трансформации в двата подхода се получават различни структури на $SU(3)$ слоя, различен брой валентни нуклони, а от там и различни неприводими представяния на групата $SU(3)$, които определят деформацията и динамичните свойства на ядрата в широки области на ядрената карта. Очертани са предимствата на прокси $SU(3)$ подхода, при който трансформацията запазва пълния ъглов момент, както и възможността за отчитане на нарушаването на симетрията частица-дупка в слоя при описанието на прехода от издължени (prolate) към сплеснати (oblate) форми на ядрата.

В работа [9] подходът със „заместваща“ (проху) $SU(3)$ симетрия е приложен за предсказване на структурата на основните и гама енергетични ивици в редица тежки деформирани ядра от редкоземната област. Осъществено е систематично изследване на енергетичното отместване на нивата в гама ивиците спрямо тези в основните ивици на ядрата. Показано е, че в областта на добре деформирани ядра то намалява с нарастване на ъгловия момент за разлика от областите на гама-меките, триаксиални и вибрационни ядра, където се наблюдава нарастване. Това поведение е обяснено посредством колективни взаимодействия описвани с три- и четири-частични оператори от обвиващата алгебра на $SU(3)$, които са отговорни за разцепването на $SU(3)$ -мултиплетите, към които принадлежат основната и гама ивиците на ядрата. Посредством тези взаимодействия е възпроизведен и четно-нечетния „стагеринг“ ефект в структурата на гама-ивиците.

В работа [10] са изведени трансформационни изрази, свързващи $SU(3)$ базиса на Елиот (зададен в декартови координати) с този на сферичния слоест модел (хармоничен осцилатор в сферични координати) за случая на p и sd слоевете. Трансформацията позволява състоянията в слоестия модел да бъдат свързани с неприводимите представяния (λ, μ) на групата $SU(3)$, а от там и с деформационните параметри β и γ . По този начин резултатът позволява дефинирането на деформационни моди в ядра близки до сферичните и оценката им в термини на неприводимите представяния на $SU(3)$.

В работа [11] концепцията развита в рамките на прокси $SU(3)$ подхода по отношение на избора на неприводимите представяния (λ, μ) за определяне на деформацията е приложена по отношение на псевдо $SU(3)$ схемата. Показано е, че налагайки условието избраното неприводимо представяне да бъде максимално симетрично при отчитане на ефектите на късодействащата част на ядрената вълнова функция за описание на деформациите при ядра от втората половина на слоя трябва да бъде взето представянето с т.нар максимално тегло вместо представянето с максимална собствена стойност на оператора на Казимир от втора степен за $SU(3)$. Показано е, че налагането на това условие позволява да бъде възпроизведен прехода от издължени към сплеснати ядрени форми под горната граница на редкоземната област при ядрата с брой неутрони между 114 и 116 в областта на изотопите W, Os и Pt в съответствие с наличните експериментални данни за ядрените деформации. По този начин

е получено и групово-теоретично обяснение за доминацията в ядрената карта на издължените форми спрямо сплеснатите – въпрос, който от много години не намира еднозначно обяснение в дълбоко микроскопичните модели на ядрото.

В работа [12] в рамките на модела „квадрупол-октуполна сърцевина плюс частица“ са изследвани магнитните свойства на ядрото ^{229}Th в условията на нарушена огледална симетрия в следствие на налична октуполна деформация. Въз основа на моделна параметризация получена в предходна работа посредством описание на енергетичния квазидублетен спектър и наличните данни за електромагнитните преходи в ядрото е направено предсказание за магнитния диполен момент в 8 eV изомерното състояние на ядрото ^{229}Th . Получената стойност от $-0.35\mu_N$ (единици ядрен магнетон) се оказва в много добро съгласие с междуременно получената експериментална стойност $-0.37(6)\mu_N$. Резултатът дава възможност за следващи по-прецизни оценки на електромагнитните свойства на изомера с цел приложението му за установяване на нов честотен стандарт за измерване на времето наречен „ядрен часовник“.

В серията от работи [13]-[15] с помощта на колективния квадрупол-октуполен модел разработен от автора са изследвани ивиците с алтернативно-меняща се четност в неодимевите изотопи $^{130-136}\text{Nd}$. Във всичките ядра е наблюдавано и описано от модела доближаване на нивата с противоположна четност при нарастването на ъгловия момент. В частност, в ядрото ^{136}Nd е установено сливане на двете ивици с противоположна четност около ъгловия момент $I=7-8$ в една обща енергетична ивица. По-детайлният $\Delta I=1$ стагеринг анализ на спектъра показва и наличието на обръщане на отместването по четност при по-високите ъглови моменти. По този начин структурата на спектъра в това ядро дава индикация за сравнително добре изразена октуполна (рефлекторно-асиметрична) форма. В ядрото ^{134}Nd подобен макар и малко по-слабо изразен ефект се наблюдава при доста по-високи ъглови моменти около $I = 22-25$. При останалите две ядра, $^{130,132}\text{Nd}$, такъв ефект на сливане не се наблюдава, като моделът предполага проявата в различна степен на меки квадрупол-октуполни деформации. Анализът на моделните описания дава възможност да се направи извода, че в ядрото ^{136}Nd е възможно наличието на рефлекторно-асиметрична форма, ядрото ^{134}Nd има преходно поведение в посока на меките квадрупол-октуполни форми, докато в ядрата $^{130,132}\text{Nd}$ единствено последните форми биха могли да играят роля в колективната динамика. Получените резултати задават направление за бъдещи теоретични и експериментални изследвания в тази област на ядрената карта, където може да се очаква проявата на интересни нови ефекти на нарушена огледална симетрия.

II.4.2 Списък на публикации по РП 2 с отбелязана подкрепа от договор КП-06-H28/6

[6] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, Representations of the Lie superalgebra $B(\infty, \infty)$ and parastatistics Fock spaces, J. Phys. A: Math. Theor. 52 135201 (28pp) (2019) IF: 1.996, Q2 (Scopus, Math. Phys.) <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1751-8121/ab09bc> (Статията е публикувана с подкрепа на настоящия договор (90%) и с подкрепа на двустранен проект БАН/FWO, Flanders (10%))

[7] **N.I. Stoilova** and J. Van der Jeugt, Partition functions and thermodynamic properties of paraboson and parafermion systems, Phys. Lett. A 384, Issue 21, 126421 (2020), IF 2.278, Q2 (Scopus), <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2020.126421>

[8] D. Bonatsos, A. Martinou, I. E. Assimakis, S. Sarantopoulou, S. Peroulis and **N. Minkov**, Manifestations of SU(3) symmetry in heavy deformed nuclei, Nuclear Theory, vol. 38, Proceedings of the 38-th International Workshop on Nuclear Theory (Rila, Bulgaria 2019), ed. M. Gaidarov and N. Minkov, (Heron Press, Sofia), p. 128 (2019), http://ntl.inrne.bas.bg/workshop/2019/contributions/p15_Bonatsos_2019.pdf

[9] D. Bonatsos, I. E. Assimakis, A. Martinou, S. K. Peroulis, S. Sarantopoulou and **N. Minkov**, Proxy-SU(3) symmetry for heavy deformed nuclei: nuclear spectra, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 325-336 (2019), http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_325-336.pdf

[10] A. Martinou, **N. Minkov**, S. Sarantopoulou, S. Peroulis, I. E. Assimakis and D. Bonatsos, Connection between Elliott SU(3) and spherical shell model bases, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 337-346 (2019), http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_337-346.pdf

[11] D. Bonatsos, A. Martinou, S. Sarantopoulou, I. E. Assimakis, S. Peroulis and **N. Minkov**, Parameter-free predictions for the collective deformation variables beta and gamma within the pseudo-SU(3) scheme, Eur. Phys. J. Special Topics (EPJ ST), accepted (2020), IF 1.660, Q2 (Scopus)

[12] **Nikolay Minkov** and Adriana Pálffy, Theoretical Predictions for the Magnetic Dipole Moment of ^{229}mTh , Phys. Rev. Lett. 122, 162502 (2019), IF 9.227 Q1 (Scopus), <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.122.162502>

(Тази статия е публикувана с подкрепата на настоящия договор наравно (50%) с подкрепата от предишен договор ДФНИ-Е02/6 (приключил) с ръководител Н. Минков, в отчета на който не е включена.)

[13] **N. Minkov**, Study of pear-shape effects in the spectra of even-even nuclei, Nuclear Theory, vol. 38, Proceedings of the 38-th International Workshop on Nuclear Theory (Rila, Bulgaria 2019), ed. M. Gaidarov and N. Minkov, (Heron Press, Sofia), p. 34 (2019), http://ntl.inrne.bas.bg/workshop/2019/contributions/p05_Minkov_2019.pdf

[14] **N. Minkov**, Nuclear structure effects involving pear-shape deformation, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 386-394 (2019), http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_386-394.pdf (Тази статия е публикувана с подкрепата на настоящия договор наравно (50%) с подкрепата от друг договор с ФНИ, КП-06-РИЛА/6, в отчета на който ще бъде включена)

[15] **N. Minkov**, Pear-shape effects in 130-136Nd isotopes, Acta Phys. Pol. B Suppl., in press (2019), SJR=0.21, Q3 (Scopus) (Proc. XXVI Nuclear Physics Workshop "Maria and Pierre Curie" - Key problems of nuclear physics, 24-29.09.2019, Kazimierz Dolny, Poland)

В представените материали е включен и предговор на книжка 4 от брой 46, на Bulg. J. Phys. със статиите от международния семинар SDANCA-19:

N. Minkov, PREFACE to the Proceedings of the International Workshop "Shapes and Dynamics of Atomic Nuclei: Contemporary Aspects" (SDANCA-19), 3-5 October 2019, Sofia, Bulgaria", Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 343-245 (2019),
http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_243-246.pdf

II.5. Обяснение, ако част от дейностите не са осъществени, част от резултатите не са постигнати, или са постигнати допълнителни резултати повече от очакваните.

Всички предвидени дейности свързани с РП 2 са изпълнени. Резултатите описани в горната т. II.4.1 покриват заявените в проектното предложение очаквани резултати за Етап 1. Част от резултатите описани в работи [12]-[15] дават допълнителен принос към работния пакет, Дейност 2.3 и отварят възможност за съответни разширения на изследователската тематика.

II.6. Дейности по РП, които се предвиждат за следващ етап – от проектното предложение; ако са необходими промени в тях, те трябва да бъдат обосновани.

- Изследователска дейност: 2.2 Построяване пространствата на Фок на смесени системи от безкраен брой парабозони и безкраен брой парафермиони с относителни парафермионни комутационни съотношения. 2.4 Приложение на Хамилтониана на векторно бозонния модел в рамките на заместващата SU(3) схема – описание и предсказване на спектъра и вероятностите за електромагнитни преходи в тежки, свръхтежки и богати на неутрони ядра. Изследване на ядрени деформационни свойства и свързани с тях динамични ефекти.;
- Подготовка и публикация на научни статии (основно в международни списания и материали на международни конференции);
- Подготовка на презентации с цел представяне на резултатите на семинари и международни конференции;
- Участие в конференции и семинари;
- Организиране на посещения на учени от чужбина – експерти по темите на проекта;
- Организация на семинари в това число международни;

- Работни посещения в чуждестранни научни организации. Обосновка: тази дейност е от особена важност за популяризиране на идеите и резултатите от работата по проекта в колективи от водещи международни научни центрове, както и за установяване на нови научни контакти и международни сътрудничества.

III. Организиранни международни мероприятия и развитие на международното сътрудничество

По време на първия етап беше организиран и проведен международният научен семинар: „Форми и динамика на атомните ядра: съвременни аспекти“ (“Shapes and Dynamics of Atomic Nuclei: Contemporary Aspects” (SDANCA-19)) (3-5 октомври 2019 г.) в Дома на учения (хотела) на БАН в София, с председател на Организационния комитет **Н. Минков**. В семинара взеха участие 47 регистрирани участници от 17 страни. Докладите бяха допълнително посетени и от около 10 колеги от ИЯИЯЕ, СУ и МУ-София. Със специалното финансиране от страна на договора, по точка „посещения на чуждестранни учени“ предвидена във финансовия план, беше осигурено участието на следните чуждестранни учени: проф. Денис Бонацос, проф. Георгиос Лалазисис, проф. Хараламбос Мустакидис, проф. Теодорос Мерцимекис, д-р Андриана Мартиноу всички от Гърция и проф. Филип Уолкър от Великобритания. Като резултат в следните работи:

1. A. Martinou, “Shell Merging in SU(3)”, Nuclear Theory, vol. 38, Proceedings of the 38-th International Workshop on Nuclear Theory (Rila, Bulgaria 2019), ed. M. Gaidarov and N. Minkov, (Heron Press, Sofia), p. 31 (2019),

http://ntl.inrne.bas.bg/workshop/2019/contributions/p04_Martinou_2019.pdf

2. G. A. Lalazissis, K. E. Karakatsanis, V. Prassa and P. Ring, “K-Levels in Axially Deformed Nuclei with Relativistic Hartree-Bogoliubov Theory”, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 354–365 (2019),

http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_354-365.pdf

3. T. J. Mertzimekis, A. Khaliel, D. Papaioannou, G. Zagoraios, A. Zyriliou, “Lifetimes and Moments Measurements to Investigate the Structure of Midheavy Nuclei”, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 378–385 (2019),

http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_378-385.pdf

4. P. S. Koliogiannis, Ch. C. Moustakidis, “Effects on the Equation of State through the Uniform Rotation of Neutron Stars”, Bulg. J. Phys. 46 (No 4), 303–312 (2019), http://www.bjp-bg.com/papers/bjp2019_4_303-312.pdf

са изказани благодарности за финансовата подкрепа на договора. Със средства от договора статиите по изнесените доклади бяха публикувани в брой 46, книжка 4 на Bulg. J. Phys. след преминаване на пълна процедура по анонимно рецензиране.

<http://www.bjp-bg.com/papers.php?year=2019&vol=46&issue=4> . Информация за семинара е дадена на неговата страница <http://ntl.inrne.bas.bg/events/sdanca19/> .

По отношение на развитие на международното сътрудничество добавяме и имената на:

Prof. Phillip Isaac, School of Mathematics and Physics, The University of Queensland, Australia

Prof. Malte Henkel, Laboratoire de Physique et Chimie Théoriques, Université de Lorraine Nancy, Vandoeuvre lès Nancy Cedex, France

Prof. Michal Kuczynska, Laboratoire de Physique et Chimie Théoriques, Université de Lorraine Nancy, Vandoeuvre lès Nancy Cedex, France

Prof. Adriana Pálffy, Max-Planck-Institut für Kernphysik, Heidelberg, Germany

IV. Други

Популярна статия:

Н. Стоилова, Мъри Гел-Ман – “Човекът с петте мозъка”, Светът на физиката, том XLIII, кн. 1, 2020 г, стр. 76, <http://wop.phys.uni-sofia.bg/> - предназначена за широката физична аудитория, в частност преподаватели в училищата, студенти по природни науки, ученици от класове с природо-математически профил.

Резултатите, постигнати през първия етап на проекта определяме като натрупване и напредък на фундаментални научни знания с принос към дългосрочната програма на международната общност на изследователите в областта на математическата физика, физиката на елементарните частици, ядрената физика и физиката на високите енергии. Знанията и опитът, придобити от членовете на екипа, несъмнено повишиха квалификацията и конкурентноспособността ни и следователно тези на ИЯИЯЕ.

Брой докторанти в проекта	0
Брой млади учени	1
Брой научни публикации	15
От тях с импакт фактор	6
От тях с импакт ранг	3

Научна степен, акад. длъжност	Име	Месторабота	Млад учен	Подпис
1. Проф. дфн	Николай Минков Петров	ИЯИЯЕ-БАН		
2. Проф.	Йорис Ван дер Йо- ихт	Университета в Гент, Белгия		
3. Доц. дфн	Недялка Илиева Стоилова	ИЯИЯЕ-БАН		
4. Гл. ас., д-р	Стоимен Тодоров Стоименов	ИЯИЯЕ-БАН		
5. д-р	Рои Осте	Университета в Гент, Белгия	МУ ПД	